programa final

Encontro Nacional de Produtores e Usuários de Informações Sociais, Econômicas e Territoriais

INFORMAÇÃO PARA UMA SOCIEDADE MAIS JUSTA

III Conferência Nacional de Geografia e Cartografia

IV Conferência Nacional de Estatística

Reunião de Instituições Produtoras

Fórum de Usuários

Seminário "Desafios para Repensar o Trabalho"

Simpósio de Inovações

Jornada de Cursos

Mostra de Tecnologias de Informação

27 a 31 de maio de 1996
Rio de Janeiro, RJ BRASIL

IBGE 60 anos 1936-1996

Uma das maneiras de olhar o ofício de produzir informações sociais, econômicas e territoriais é como arte de descrever o mundo. Estatísticas e mapas transportam os fenômenos da realidade para escalas apropriadas à perspectiva de nossa visão humana e nos permitem pensar e agir à distância, construindo avenidas de mão dupla que juntam o mundo e suas imagens. Maior o poder de síntese dessas representações, combinando, com precisão, elementos dispersos e heterogêneos do cotidiano, maior o nosso conhecimento e a nossa capacidade de compreender e transformar a realidade.

Visto como arte, o ofício de produzir essas informações reflete a cultura de um País e de sua época, como essa cultura vê o mundo e o torna visível, redefinindo o que vê e o que há para se ver.

No cenário de contínua inovação tecnológica e mudança de culturas da sociedade contemporânea, as novas tecnologias de informação - reunindo computadores, telecomunicações e redes de informação - aceleram aquele movimento de mobilização do mundo real. Aumenta a velocidade da acumulação de informação e são ampliados seus requisitos de atualização, formato - mais flexível, personalizado e interativo - e, principalmente, de acessibilidade. A plataforma digital vem se consolidando como o meio mais simples, barato e poderoso para tratar a informação, tornando possíveis novos produtos e serviços e conquistando novos usuários.

Acreditamos ser o ambiente de conversa e controvérsia e de troca entre as diferentes disciplinas, nas mesas redondas e sessões temáticas das Conferências Nacionais de Geografia, Cartografia e Estatística e do Simpósio de Inovações, aquele que melhor enseja o aprimoramento do consenso sobre os fenômenos a serem mensurados para retratar a sociedade, a economia e o território nacional e sobre as prioridades e formatos das informações necessárias para o fortalecimento da cidadania, a definição de políticas públicas e a gestão político - administrativa do País, e para criar uma sociedade mais justa.

Simon Schwartzman
Coordenador Geral do ENCONTRO

Promoção

Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IBGE
Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatistica
IBGE
Associação Brasileira de Estudos Populacionais
ABEP

Co-Promoção

Associação Brasileira de Estatística
ABE
Associação Brasileira de Estudos do Trabalho
ABET
Associação Brasileira de Pós-graduação em Saúde Coletiva
ABRASCO
Associação Nacional de Centros de Pós-graduação em Economia
ANPEC
Associação Nacional de Pós-graduação e Pesquisa em Ciências Sociais
ANPOCS
Associação Nacional de Pós-graduação e Pesquisa em Geografia
ANPEGE
Associação Nacional de Pós-graduação e Pesquisa em Planejamento Urbano e Regional
ANPUR
Sociedade Brasileira de Cartografia
SBC

Apoio

Federação das Indústrias do Estado do Rio de Janeiro
FIRJAN
Academia Brasileira de Letras
ABL
Conselho Nacional de Pesquisas
CNPq
Financiadora de Estudos e Projetos
FINEP
Revista Ciência Hoje

Institutos Regionais Associados

Companhia do Desenvolvimento do Planalto Central
CODEPLAN (DF)
Empresa Metropolitana de Planejamento da Grande São Paulo S/A
EMPLASA (SP)
Empresa Municipal de Informática e Planejamento S/A
IPLANRIO (RJ)
Fundação Centro de Informações e Dados do Rio de Janeiro
CIDE (RJ)
Fundação de Economia e Estatística
FEE (RS)
Fundação de Planejamento Metropolitano e Regional
METROPLAN (RS)
Fundação Instituto de Planejamento do Ceará
IPLANCE (CE)
Fundação João Pinheiro
FJP (MG)
Fundação Joaquim Nabuco
FUNDAJ (PE)
Fundação Sistema Estadual de Análise de Dados
SEADE (SP)
Instituto Ambiental do Paraná
IAP (PR)
Instituto de Geociências Aplicadas
IGA (MG)
Instituto de Pesquisas Econômicas, Administrativas e Contábeis
IPEAD (MG)
Instituto do Desenvolvimento Econômico Social do Pará
IDESP (PA)
Instituto Geográfico e Cartográfico
IGC (SP)
Instituto de Apoio à Pesquisa e ao Desenvolvimento "Jones dos Santos Neves"
IJSN (ES)
Instituto Paranaense de Desenvolvimento Econômico e Social
IPARDES (PR)
Processamento de Dados do Município de Belo Horizonte S/A
PRODABEL (MG)
Superintendência de Estudos Econômicos e Sociais da Bahia
SEI (BA)

Coordenação Geral

Simon Schwartzman

Comissões de Programa

Confege

César Ajara (IBGE)
Denizar Blitzkow (USP)
Jorge Marques (UFRJ)
Lia Osório Machado (UFRJ)
Mauro Pereira de Mello (IBGE)
Speridião Faissol (UERJ)
Trento Natali Filho (IBGE)

Confest

José A. M. de Carvalho (UFMG)
José Márcio Camargo (PUC)
Lenildo Fernandes Silva (IBGE)
Teresa Cristina N. Araújo (IBGE)
Vilmar Faria (CEBRAP)
Wilton Bussab (FGV)

Comissão Organizadora

Secretaria Executiva - Luisa Maria La Croix
Secretaria Geral - Luciana Kanham
Confege, Confest e Simpósio de Inovações
Anna Lucia Barreto de Freitas, Evangelina X.G. de Oliveira, Jaime Franklin Vidal Araújo, Lilibeth Cardozo R.Ferreira e Maria Letícia Duarte Warner
Jornada de Cursos - Carmen Feijó
Finanças - Marise Maria Ferreira
Comunicação Social - Micheline Christophe e Carlos Vieira
Programação Visual - Aldo Victorio Filho e Luiz Gonzaga C. dos Santos
Infra-Estrutura - Maria Helena Neves Pereira de Souza
Atendimento aos Participantes - Cristina Lins
Apoio
Andrea de Carvalho F. Rodrigues, Carlos Alberto dos Santos, Delfim Teixeira, Evilmerodac D. da Silva, Gilberto Scheid, Héctor O. Pravaz, Ivan P. Jordão Junior, José Augusto dos Santos, Julio da Silva, Katia V. Cavalcanti, Lecy Delfim, Maria Helena de M. Castro, Regina T. Fonseca, Rita de Cassia Ataualpa Silva e Taisa Sawczuk
Registramos ainda a colaboração de técnicos das diferentes áreas do IBGE, com seu trabalho, críticas e sugestões para a consolidação do projeto do ENCONTRO.

MAPA GEOIDAL DO BRASIL - VERSÃO 1996

Denizar Blitzkow

EPUSP -PTR

Caixa postal 61548

05424-970 São Paulo - SP

Maria Cristina Barbosa Lobianco

IBGE - DEGED

Av. Brasil 15671 - Parada de Lucas

21241-051 Rio de Janeiro - RJ

III Conferência Nacional de Geografia e Cartografia

Rio de Janeiro - 27 a 31 de maio de 1996

INTRODUÇÃO

Este trabalho tem por objetivo principal apresentar os resultados do cálculo realizado visando a obtenção de um modelo geoidal para a Brasil. Para tanto, foi utilizado um modelo do potencial gravitacional combinado com anomalias médias da gravidade em quadrículas de 30' x 30' derivadas a partir de quadrículas de 5' x 5', um modelo digital do terreno e informações derivadas da altimetria por radar a bordo de satélites artificiais.

A era espacial, iniciada com o lançamento do primeiro satélite artificial em 4 de outubro de 1957, trouxe uma contribuição decisiva no aprimoramento do cálculo dos coeficientes do desenvolvimento em série do geopotencial. Com efeito, a observação do movimento dos satélites artificiais, em órbitas convenientemente escolhidas, permite separar a perturbação devida ao campo gravitacional das demais perturbações. Desta forma, os coeficientes de baixo grau do desenvolvimento em série do geopotencial podem ser melhor determinados do que a partir de dados terrestres, uma vez que os longos comprimentos de onda ficam melhor definidos através dos satélites.

O dia 14 de fevereiro de 1989, marcou o que pode ser chamado de Era GPS, com o lançamento do primeiro satélite do Bloco II do que é conhecido como NAVSTAR/GPS (Navigation Satellite with Timing and Ranging/Global Positioning System). Determinações absolutas podem ser obtidas com precisão de decimetros utilizando o código P. O método diferencial, explorando a correlação entre diferentes estações, diferentes satélites e diferentes instantes, atinge precisões da ordem do centímetro ou melhor através de medidas de fase da portadora. A perspectiva de uso do GPS na obtenção da altitude ortométrica vem apresentando bons resultados, principalmente nas necessidades da área da engenharia. Esta aplicação, entretanto, exige o conhecimento das alturas geoidais.

A determinação do geóide está estritamente relacionada ao problema de valor de contorno da geodésia física (PVCG). O mesmo pode ser solucionado em termos de uma série de funções harmônicas esféricas ou na forma integral. A concepção de Stokes para o PVCG foi apresentada em 1849. O interesse na época foi puramente teórico uma vez que a ausência quase total de dados gravimétricos era vista como um problema cuja solução era utópica. O desenvolvimento dos gravímetros no início do século vislumbrou um certo otimismo. A modificação da integral de Stokes

é uma condição obrigatória na exploração adequada das anomalias da gravidade para o cálculo da componente de curto comprimento de onda da altura geoidal.

A cooperação entre a Escola Politécnica e o IBGE viabilizou a melhoria da cobertura gravimétrica em uma vasta parte do território nacional nos últimos quatro anos. Além disso observações do antigo sistema TRANSIT e recentemente do GPS sobre a rede de nivelamento têm servido para controle das determinações gravimétricas do geóide.

O CAMPO DE GRAVIDADE

Num adequado sistema de coordenadas cartesianas X,Y,Z, o potencial gravitacional da Terra num ponto P(x,y,z) é expresso por: [MORITZ, 1980]

$$V(P) = V(x,y,z) = K \iiint \frac{\rho(Q)}{l} dV_Q \qquad (1)$$

dv_Q é um elemento de volume centrado em Q com densidade de massa ρ (Q) e l a distância entre P e Q. K é a constante universal da gravitação:

$$K = 6{,}672 \times 10^{-11}\ m^3\ s^{-2}\ kg^{-1}$$

A integral deve ser extendida a toda a Terra o que inclui a parte sólida e líquida. A atmosfera em geral não é incluída na integral e seu efeito considerado separadamente através de uma correção apropriada. Por outro lado, variações temporais em geral são negligenciadas e a menos de algumas correções como a maré e o movimento do polo, a Terra é considerada rígida. Em determinados casos outras variações temporais tornam-se necessárias e são então consideradas através de correções próprias.

O potencial devido à força centrífuga é calculado por:

$$V_C = \frac{1}{2}\omega^2(x^2 + y^2) \qquad (2)$$

sendo ω a velocidade angular. A partir daí define-se o potencial de gravidade como a soma do potencial de atração e do potencial centrífugo:

$$W(x,y,z) = V(x,y,z) + \frac{1}{2}\omega^2(x^2 + y^2) \tag{3}$$

O potencial V está vinculado ao campo gravitacional e o potencial W ao campo de gravidade.

Fora das massas atrativas, V satisfaz a equação de Laplace:

$$\nabla^2 V = 0 \tag{4}$$

e no interior das massas a equação de Poisson:

$$\nabla^2 V = -4\pi K\rho \tag{5}$$

Estas duas últimas equações são extremamente importantes em geodésia. A primeira é utilizada na solução do PVCG no exterior das massas atrativas. A segunda oferece a possibilidade de resolver o PVCG no interior das massas desde que exista um modelo de distribuição de densidades.

No caso do potencial de gravidade as relações que se assemelham às anteriores são:

$$\nabla^2 W = 2\omega^2 \tag{6}$$

no exterior das massas, e

$$\nabla^2 W = -4\pi K\rho + 2\omega^2 \tag{7}$$

no interior.

A norma do vetor gravidade

$$g = \| \boldsymbol{g} \| \tag{8}$$

é de extrema importância pois trata-se da quantidade que mais facilmente pode ser observada, direta ou indiretamente. É denominada simplesmente gravidade.

Ao campo de gravidade estão associadas superficies ao longo das quais o potencial de gravidade é constante, denominadas superficies equipotenciais. É de fundamental importância para este trabalho aquela superficie equipotencial que coincide com o nível médio não perturbado dos mares, a superficie geoidal, limitante da um corpo chamado geóide.

TERRA NORMAL E CAMPO ANÔMALO

Um elipsóide de revolução, gerado pela rotação de uma elípse em torno do eixo menor, tendo a mesma velocidade angular e a mesma massa da terra real, cujo potencial U_0, constante sobre a superfície, seja igual ao potencial W_0 sobre a superfície geoidal, com seu centro no centro de massa da terra, é chamado terra normal. Vinculado a ela está o potencial de gravidade normal U e o vetor gravidade normal γ:

$$\gamma = \text{grad } U = [U_x \;\; U_y \;\; U_z]^T \tag{9}$$

sendo

$$U = U_g + \frac{1}{2}\omega^2(x^2 + y^2) \tag{10}$$

e U_g o potencial de atração relativo à terra normal. Portanto,

$$\nabla^2 U = 2\omega^2 \tag{11}$$

no exterior da superfície limite.

O potencial U constitui uma boa aproximação do potencial de gravidade W. A diferença num ponto P

$$T(P) = W(P) - U(P) \tag{12}$$

é relativamente pequena e se denomina potencial anômalo ou perturbador.

A comparação dos vetores **g** e γ no mesmo ponto define uma grandeza diretamente vinculada ao potencial perturbador chamada distúrbio da gravidade.

$$\delta \mathbf{g}(P) = \mathbf{g}(P) - \gamma(P) \tag{13}$$

O resultado da comparação entre o vetor **g** em P e γ em Q (Fig. 1) define uma grandeza de fundamental importância para a geodésia que é o vetor anomalia da gravidade: [GEMAEL, 1978]

$$\Delta \mathbf{g}(P) = \mathbf{g}(P) - \gamma(Q) = [\, \gamma\eta \;\; \gamma\xi \;\; \Delta g \,]^T \tag{14}$$

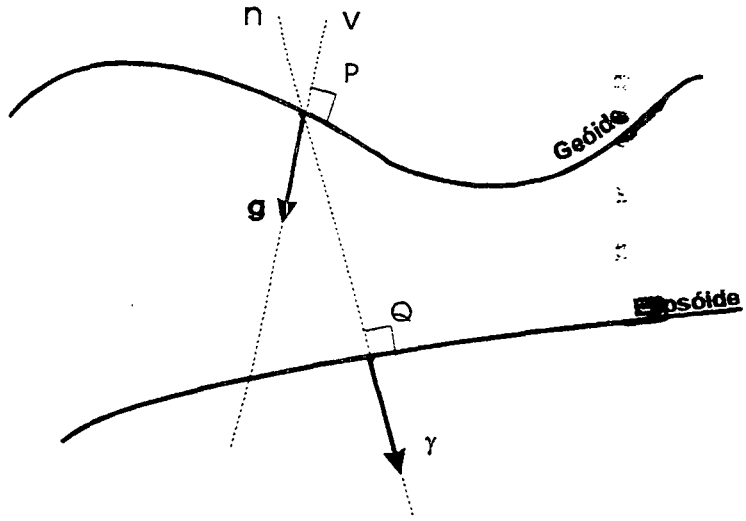

Fig. 1 - Vetores **g** e γ.

A terceira componente é simplesmente chamada anomalia da gravidade e é dada por:

$$\Delta g = g(P) - \gamma(Q) \tag{15}$$

Considerando a relação natural da continuação para cima:

$$\gamma(P) = \gamma(Q) + \frac{\partial \gamma}{\partial h} N \tag{16}$$

e tomando a última componente do vetor em (14) tem-se:

$$-\frac{\partial T}{\partial h} = \delta g = g(P) - \gamma(P) = g(P) - \gamma(Q) - \frac{\partial \gamma}{\partial h} N \tag{17}$$

onde h refere-se à direção da normal orientada para o exterior e N é a altura geoidal.[1]

Substituindo a (15) em (17):

$$-\frac{\partial T}{\partial h} = \Delta g - \frac{\partial \gamma}{\partial h} N \tag{18}$$

Lembrando a fórmula de Bruns:

---

[1]Tem sido usual em geodésia usar o mesmo símbolo para altura geoidal e para o raio da secção primeiro vertical, a despeito da dicotomia.

$$N = \frac{T}{\gamma} \tag{19}$$

$$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial h} + \frac{1}{\gamma}\frac{\partial \gamma}{\partial h} T \tag{20}$$

Esta equação diferencial é conhecida como "equação fundamental da geodésia física". Ela traduz o fato da anomalia da gravidade ser expressa como uma combinação linear entre o potencial perturbador e sua derivada normal.

A alternativa de considerar a esfera como uma aproximação da forma da terra em lugar de um elipsóide de referência oferece vantagens e resulta em diferenças da ordem do achatamento. Em muitos problemas é uma aproximação aceitável. Quando não, uma posterior correção à solução pode ser acrescentada.

Na aproximação esférica a (20) toma a forma:

$$-\frac{\partial T}{\partial r} - \frac{2}{R} T = \Delta g \tag{21}$$

que constitui a aproximação esférica da equação fundamental da geodésia física. Se a anomalia da gravidade fosse conhecida de maneira contínua em todo o espaço a equação (21) poderia ser resolvida diretamente e fornecer T. Entretanto, a anomalia da gravidade só é conhecida sobre a superfície física, eventualmente reduzida à superfície geoidal, e ainda assim em pontos discretos. Deste modo, a (21) é usada somente como uma condição de contorno e como tal constitui o terceiro problema de valor de contorno da teoria do potencial ou problema de Hilbert desde que a superfície de contorno seja escolhida. Uma possibilidade é optar pela superfície geoidal como limite e neste caso cair na teoria de Stokes. Se a opção for a superfície física, a solução é encontrada na teoria moderna de Molodenskii. Trata-se também de um problema inverso que em certas condições atuais da geodésia adquire características de "mal posto". A resolução da equação resulta na determinação de T e através da fórmula de Bruns (19) calcula-se a altura geoidal N.

FUNÇÕES HARMÔNICAS ESFÉRICAS

A solução da equação de Laplace (4) pode ser expressa em uma série da seguinte forma: [HEISKANEN & MORITZ, 1967, P. 21]

$$V(r,\theta,\lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} (\frac{a}{r})^{n+1} \sum_{m=0}^{n} (A_{nm} Y_{nm}^{c} + B_{nm} Y_{nm}^{s}) \qquad (22)$$

$$Y_{nm}^{c} = P_{nm}(\cos\theta)\cos m\lambda$$

$$Y_{nm}^{s} = P_{nm}(\cos\theta)sen m\lambda$$

onde $P_{nm}(\cos\theta)$ representam as funções principais da equação associada de Legendre e n,m os autovalores. Y_{nm}^{c}, Y_{nm}^{s} podem ser vistas como funções principais da equação de Laplace sobre a superficie de uma esfera; são chamadas funções harmônicas esféricas (de superficie) [VANÍCEK and KRAKIWSKY, 1986]. Usando coeficientes adimensionais e plenamente normalizados a (22) toma a seguinte forma:

$$V(r,\theta,\lambda) = \frac{KM}{r}\{1 - \sum_{n=1}^{\infty} (\frac{a}{r})^{n} \sum_{m=0}^{n} [\bar{J}_{nm}\bar{Y}_{nm}^{c} + \bar{K}_{nm}\bar{Y}_{nm}^{s}]\} \qquad (23)$$

As relações que vinculam os coeficientes A_{nm}, B_{nm}, com unidades de potencial, os coeficientes J_{nm}, K_{nm}, sem unidades, e os coeficientes $\bar{J}_{nm}, \bar{K}_{nm}$, plenamente normalizados são: [VANÍCEK & KRAKIWSKY, 1986]

$$A_{nm} = \frac{KM}{a} J_{nm}$$

(n≠0)

$$B_{nm} = \frac{KM}{a} K_{nm}$$

$$\bar{J}_{no} = \frac{1}{\sqrt{(2n+1)}} J_{no}$$

$$\bar{J}_{nm} = \sqrt{\frac{(n-m)!}{2(2n+1)(n-m)!}} J_{nm}$$

$$\bar{K}_{nm} = \sqrt{\frac{(n-m)!}{2(2n+1)(n-m)!}} K_{nm}$$

De maneira semelhante, embora mais simples devido à simetria existente, o potencial gravitacional da Terra normal pode ser representado através do seguinte desenvolvimento em série:

$$U_g(r,\theta) = \frac{KM}{r}[1 - \sum_{n=1}^{\infty} (\frac{a}{r})^{2n} \bar{J}_{2n}^{N} \bar{P}_{2n}(\cos\theta)\ ] \tag{24}$$

onde a forma 2n do índice inferior (ou superior) enfatiza tratar-se de um número par e o índice superior N refere-se à Terra normal. Os coeficientes zonais da Terra normal podem ser calculados.

Assumindo que as forças centrífugas relacionadas aos potenciais U e W sejam exatamente idênticas, o potencial perturbador satisfaz a equação de Laplace e em consequência pode ser representado através de um desenvolvimento em série:

$$T(r,\theta,\lambda) = \frac{KM}{r}\{ \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} [\bar{J}'_{nm} \bar{Y}^{c}_{nm} + \bar{K}'_{nm} \bar{Y}^{s}_{nm}]\} \tag{25}$$

com

$$\bar{J}'_{nm} = \bar{J}_{nm} - \bar{J}^{N}_{nm} \tag{26a}$$

$$\bar{K}'_{nm} = \bar{K}_{nm} - \bar{K}^{N}_{nm} \tag{26b}$$

A expressão (25) é uma consequência da (12) admitindo algumas hipóteses simplificativas [BLITZKOW, 1986]. As expressões (26) representam de forma genérica a relação entre os coeficientes vinculados ao potencial perturbador e aos potenciais gravitacionais V e U. Porém, na prática a (26b) é desnecessária pois o potencial gravitacional da terra normal não contém termos que dependem de sen mλ. Por outro lado, a (26a) só irá envolver os termos em que m = 0 e n par.

A anomalia da gravidade, como componente do campo anômalo, está relacionada ao potencial perturbador através de: [HEISKANEN and MORITZ, 1967]

$$\Delta g = \frac{1}{R} \sum_{n=0}^{\infty} (n-1) T_n(\theta,\lambda) \tag{27}$$

e à altura geoidal pela (19).

Uma forma de representação da altura geoidal em série de funções harmônicas esféricas é: [BLITZKOW, 1986]

$$N(\theta,\lambda) = -R \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} (\overline{J}_{nm} \overline{Y}_{nm}^{c} + \overline{K}_{nm} \overline{Y}_{nm}^{s}) \tag{28}$$

resultado da (19) e (25) assumindo que γ = KM / R^2. Os termos de graus zero e um foram considerados nulos.

CONCEPÇÃO CLÁSSICA DO PVCG

A proposta inicial para a solução do PVCG se deve a G.G. Stokes que propôs a superfície geoidal como limite, o que significa resolver um problema de contorno interno às massas. A dificuldade é que torna-se indispensável o conhecimento de um modelo, pelo menos aproximado, de distribuição de densidades no interior da camada da crosta entre a superfície física e o geóide.

A integral de Stokes numa aproximação esférica se expressa: [HEISKANEN & MORITZ, 1967]

$$T = \frac{R}{4\pi} \iint \Delta g S(\psi) d\sigma \tag{29}$$

a qual depende da anomalia da gravidade, desta feita, definida sobre a superfície geoidal:

$$\Delta g = g(P_o) - \gamma(Q_o) \tag{30}$$

e da função de Stokes dada por:

$$S(\psi) = \frac{1}{sen\,\psi/2} - 6 sen\frac{\psi}{2} + 1 - 5\cos(\psi) - 3\cos\psi \ln(sen\frac{\psi}{2} + sen^2\frac{\psi}{2}) \tag{31}$$

ou

$$S(\psi) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n+1}{n-1} P_n(\cos\psi) \tag{32}$$

A (29) é uma integral de convolução sendo $S(\psi)$ uma função homogênea e isotrópica. A altura geoidal pode então ser obtida através da fórmula de Bruns:

A (29) supõe a inexistência de um termo de ordem zero. Para a sua consideração referir-se a [BLITZKOW & SÁ, 1983]. O potencial perturbador deve satisfazer a equação de Laplace (4),

portanto, deve ser uma função harmônica. Para tanto é necessário remover as massas externas ao geóide através de um adequado processo de regularização.

MÉTODOS DE DETERMINAÇÃO GEOIDAL

A superficie geoidal, contrariamente à superficie fisica, ao teluróide e ao quase-geóide, tem a vantagem de ser uma superficie de nível e por isso despertar interesses específicos como uma entidade com características fisicas. Daí a razão pela qual o esforço na determinação das alturas geoidais tem levado a constantes estudos visando o aperfeiçoamento das técnicas de cálculo e melhor utilização dos diferentes dados disponíveis.

AS COMPONENTES ESPECTRAIS DA ALTURA GEOIDAL

A expressão (28) pode ser decomposta da seguinte forma:

$$N(\theta,\lambda) = -R \sum_{n=2}^{l} \sum_{m=0}^{n} (\bar{J}'_{nm} \bar{Y}^{c}_{nm} + \bar{K}'_{nm} \bar{Y}^{s}_{nm}) -$$

$$-R \sum_{n=l+1}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} (\bar{J}'_{nm} \bar{Y}^{c}_{nm} + \bar{K}'_{nm} \bar{Y}^{s}_{nm}) \qquad (33)$$

ou, na forma abreviada:

$$N(\theta,\lambda) = N_l(\theta,\lambda) + \delta N_l(\theta,\lambda) \qquad (34)$$

O têrmo N_ℓ traduz a componente de longo comprimento de onde da altura geoidal. O termo δN_ℓ traduz uma componente de comprimento de onda mais curto.

As duas componentes podem ser interpretadas geometricamente da seguinte forma: a componente de longo comprimento de onda representa a separação entre o elipsóide e o esferóide de referência representado pelo modelo do geopotencial; a outra componente é a separação entre o esferóide de referência e o geóide (Fig. 2).

A componente de longo comprimento de onda é facilmente calculada a partir de um modelo do geopotencial, o que significa extender a série até um dado grau e ordem ℓ.

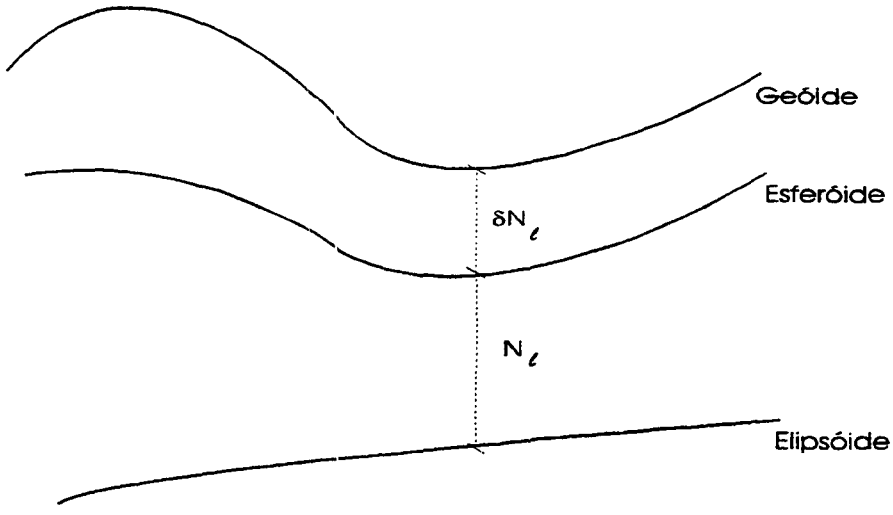

Fig. 2 - Componentes da altura geoidal.

A componente de curto comprimento de onda δN_ℓ tem despertado um interesse cada vez maior, em particular quando a intenção é obter um modelo de alta resolução da altura geoidal. O seu cálculo é feito através de uma modificação da integral de Stokes.

A INTEGRAL MODIFICADA DE STOKES

A adoção de um modelo do geopotencial no cálculo da componente de longo comprimento de onda significa a possibilidade de aplicar a integral de Stokes a uma vizinhança restrita do ponto de cálculo, isto é, adotar um valor ψ_0 como distância esférica máxima para extender a integral. Para isso é necessário proceder a uma reformulação da integral original (29), que basicamente consiste em modificar a função de Stokes S (ψ). Diversas propostas têm sido apresentadas visando a conveniente modificação da função, e.g., (VANICEK et al., 1987), (BLITZKOW et al., 1991). A integral modificada de Stokes pode ser escrita da seguinte forma:

$$\delta N_1(\theta,\lambda) = \frac{R}{4\pi\gamma} \int_{\Psi=0}^{\Psi o} \int_{\alpha=0}^{180} \Delta g(\alpha,\psi)\, \delta S_1^m(\psi) \sin\psi d\psi d\alpha \qquad (35)$$

sendo δS_1^m a função modificada de Stokes obtida mediante uma conveniente reformulação. Sem uma preocupação com a dedução que pode ser encontrada em [VANICEK et al., 1987] e [BLITZKOW et al., 1991], as fórmulas são as seguintes:

$$\delta S_1^m(\psi) = \delta S_1(\psi) - \overline{\delta S_1}(\psi) \tag{36}$$

com

$$\delta S_1(\psi) = S(\psi) - S_1(\psi) \tag{37}$$

$$S_1(\psi) = \sum_{n=2}^{1} \frac{2n+1}{n-1} P_n(\psi) \tag{38}$$

$$\overline{\delta S_1}(\psi) = \sum_{i=0}^{1} \frac{2i+1}{2} t_i P_i(\cos\psi) \tag{39}$$

A integral (35) em geral não pode ser avaliada de forma direta uma vez que a anomalia da gravidade não é conhecida de maneira contínua sobre a região de cálculo. Em consequência são adotados procedimentos numéricos avaliando a influência de blocos de tamanhos distintos sobre o ponto de cálculo, cada bloco representado por um valor médio a partir dos valores observados. A utilização de valores discretos faz com que o princípio da ortogonalidade das funções harmônicas esféricas seja perdido. Em conseqüência o produto $\Delta g \delta S_\ell^m$ torna-se incompatível e a anomalia da gravidade precisa igualmente ser modificada subtraindo os harmônicos de grau e ordem baixas, compatíveis com o modelo do geopotencial utilizado. Assim deve-se usar Δg_1 calculada da seguinte forma:

$$\Delta g_1 = \Delta g - \sum_{n=0}^{1} \sum_{m=0}^{n} (C_{nm} Y_{nm}^c + D_{nm} Y_{nm}^s) \tag{40}$$

resultando na seguinte expressão final:

$$\delta N_1(\theta,\lambda) = \frac{R}{4\pi\gamma} \int_{\alpha=0}^{2\pi} \int_{\Psi=0}^{\Psi_o} \Delta g_1(\alpha,\psi) \delta S_1^m(\psi) \sin\psi d\psi d\alpha \tag{41}$$

A altura geoidal é finalmente obtida reentroduzindo a componente de longo comprimento de onda.

A REGULARIZAÇÃO DA TERRA

A aplicação da integral de Stokes e de outras semelhantes, pressupõe que o potencial pertubador seja uma função harmônica sobre o geóide, o que implica na não existência de massas externas ao mesmo. Esta exigência é necessária para poder tratar o problema como um "problema de valor de contorno" no sentido da teoria do potencial. Estes problemas sempre envolvem a solução da equação de Laplace (4) para a referida função. Desta forma é necessário adotar um procedimento conveniente para remover as massas externas. Isto é feito através das "correções" ou "reduções" gravimétricas: **ar livre, Bouguer, isostática, condensação de HELMERT, inversão de Rudsky**. É o que se denomina "regularização" . Qualquer que seja o procedimento adotado, isso implica numa mudança no potencial e, em consequência, nas superfícies de nível, ou seja, no geóide. Trata-se de um "efeito indireto" (EI) que resulta numa superfície ora mais ora menos discrepante do geóide, o "COGEÓIDE". Em geral objetiva-se adotar um método de regularização que resulte num efeito indireto mínimo. O procedimento que tem se mostrado mais promissor para a geodésia é a conhecida "condensação de Helmert" [BLITZKOW, 1996].

ACERVO DE DADOS USADOS E PROCESSAMENTOS

O Geophysical Exploration Technology (GETECH) da Universidade de Leeds está envolvido desde 1986 em projetos de compilação e processamento de dados gravimétricos e geomagnéticos nos diversos continentes e regiões oceânicas. Um desses projetos foi o South American Gravity Project (SAGP) [GREEN & FAIRHEAD, 1991] que coletou dados gravimétricos, topográficos ou batimétricos na América do Sul e América Central e áreas oceânicas vizinhas. A região envolvida no projeto é delimitada pelas latitudes 60°S e 25°N e longitudes 25°W e 100°W. O SAGP mostrou que muitas regiões na América do Sul ainda careciam de levantamentos gravimétricos, em particular o Brasil. Discutiu-se então a viabilização de um projeto com a duração de poucos anos objetivando um esforço que complementasse os dados gravimétricos, em particular no Brasil, especificamente nas regiões centro-oeste e norte. Através de um convênio estabelecido pela Escola Politécnica da USP com a Universidade de Leeds, por iniciativa do Departamento de Construção Civil, nasceu o chamado Anglo-Brazilian Gravity Project (ABGP), com a participação do GETECH e da EPUSP-PTR (Departamento de Engenharia de Transportes). Por outro lado, a EPUSP-PTR e o Departamento de Geodésia do IBGE mantém um convênio com atividades que se desenvolvem há anos objetivando a aquisição de dados para melhorar o conhecimento das alturas geoidais. Através

de levantamentos realizados diretamente por estas iniciativas e a contribuição de outras instituições (ON, CPRM, IAG-USP, UNB, etc.), com as quais se estabeleceu vínculos, um total aproximado de 12.000 estações foi adicionado ao SAGP.

DADOS GRAVIMÉTRICOS

Os dados gravimétricos coletados pelo GETECH através do SAGP provindos das mais diversas instituições: BGI (Bureau Gravimétrique International), o DMA-AC (Defense Mapping Agency-Aerospace Center), empresas de petróleo, organismos oficiais e privados em todos os países, totalizaram aproximadamente 500.000 estações gravimétricas na região continental e aproximadamente 1.800.000 nos oceanos. A distribuição final dos dados é mostrada na figura 3. O sistema de referência usado foi o WGS-84 e os valores da aceleração da gravidade estão referidos ao sistema IGSN-71 (International Gravity Standardization Net 1971).

Os levantamentos realizados no Brasil desde 1992 ocorreram nos estados do Mato Grosso do Sul, Mato Grosso, Rondônia, Pará, Ceará, Amazonas e Roraima. Os valores da aceleração foram vinculados à Rede Gravimétrica Fundamental Brasileira (RGFB) estabelecida pelo Observatório Nacional [ESCOBAR, 1986]. Para isso novas estações bases foram estabelecidas a partir da RGFB. [TRABANCO & BLITZKOW, 1993]. A figura 4 mostra a atual distribuição dos dados gravimétricos no Brasil.

DADOS ALTIMÉTRICOS

Um modelo digital do terreno tem importância fundamental para a gravimetria tanto nas aplicações geofísicas como geodésicas. Em função disto houve a preocupação dentro do SAGP de criar também um modelo digital do terreno para toda a região envolvida pelo projeto. O mesmo consistiu numa grade de valores de altitude (continentes) e profundidades (oceanos) com espaçamento de 3'. Para isso foram usadas diferentes informações topográficas: [GREEN and FAIRHEAD,1991]

a) o modelo global ETOPO5.
b) valores digitalizados a partir de cartas topográficas.
c) alturas estabelecidas nas estações gravimétricas.
d) locação das linhas costeiras.

A figura 5 mostra o aspecto topográfico da região a partir dos dados disponíveis.

PROCESSAMENTO DOS DADOS PARA O GEÓIDE

O objetivo inicial no processamento dos dados foi obter valores médios para quadrículas de 5' x 5'. Para tanto iniciou-se pelas estações gravimétricas na região continental. Com o intúito de melhorar a distribuição dos valores de 5' foi ainda adotado um processo de interpolação. Considerando as posições norte, sul, leste e oeste de cada quadrícula vazia foi-lhe atribuído um valor dado pela média aritmética das quadrículas mencionadas sempre que pelo menos três delas tivessem o valor disponível. O total é de 81384 quadrículas com valores disponíveis. Paralelamente os modelos digital do terreno e de correção do relevo foram processados e obtidos igualmente valores médios em quadrículas de 5'. Finalmente, os dados SEASAT correspondentes à região oceânica foram usados para calcular valores médios de anomalia da gravidade para o mesmo tamanho de quadrícula. Desta forma foi possível gerar um arquivo final completo de 5' na região, com valores médios das grandezas quando disponíveis ou um valor arbitrário.

O arquivo completo de 5' x 5' foi usado para estimar valores médios de anomalias ar livre em quadrículas de 30' x 30'. O cálculo foi realizado em situações típicas distintas. Nos oceanos foi obtida a média aritmética da anomalia ar livre derivada do SEASAT. Nos continentes foi obtida a média da anomalia de Bouguer bem como a média da altitude ortométrica e da correção do relevo. A anomalia ar livre média foi então reconstituída a partir das duas primeiras usando o gradiente ar livre. Em seguida foi adicionado o valor médio da correção do relevo obtendo-se a chamada anomalia de Faye. Para as quadrículas que estão parte no continente, parte no oceano foi adotada uma solução provisória. Quando o número de pontos no continente era maior do que no oceano o valor médio foi calculado somente com os dados continentais e dentro da mesma sistemática anteriormente descrita. As anomalias da correspondente parte da quadrícula no oceano foram abandonadas. Quando a maior parte da quadrícula estava no oceano, a fração continental foi abandonada e o valor médio foi derivado somente do SEASAT.

Além do acervo de dados mencionados anteriormente dispõe-se de 406 observações sobre os satélites artificiais, ora com o antigo sistema TRANSIT ora com o atual NAVSTAR/GPS, em pontos da rede de nivelamento geométrico. Doravante será feita referência a estas informações como pontos DOP/GPS. Eles permitem obter a altura geoidal subtraindo a altitude ortométrica da altura geométrica:

$$N = h - H \tag{42}$$

Isto constitui uma importante fonte de informação geométrica para comparação com valores derivados de informações de caráter gravitacional, seja um modelo do geopotencial exclusivamente ou seja o modelo combinado com a gravimetria.

A aplicação da integral modificada de Stokes pressupõe a adoção de um campo gravitacional de referência de ordem e grau mais baixos. Para isso foi selecionado o modelo JGM2, com n=36. 6). Trata-se do mais recente obtido pela NASA, onde predominam observações sobre os satélites artificiais, esperando-se uma boa resolução até grau e ordem 36.

RESULTADOS E CONCLUSÕES

Inicialmente procedeu-se a uma verificação do modelo JGM2 mediante a comparação com os pontos DOP/GPS, por ser o modelo que se elegeu para obter a componente de longo comprimento de onda. Para tanto o modelo foi truncado no de valor de grau e ordem 36. A comparação foi repetida duas vezes: a primeira referindo as coordenadas dos pontos DOP/GPS ao WGS-84 (World Geodetic System - 1984) e a outra referindo-as ao ITRF (International Terrestrial Reference Frame). Para isso, as coordenadas cartesianas disponíveis naqueles pontos foram corrigidas para se tornarem geocêntricas e orientadas conforme o Conventional Terrestrial System (CTS) definido pelo International Earth Rotation Service (IERS). Inicialmente às coordenadas do antigo sistema TRANSIT, originalmente referidas ao NSWC-9Z2 (Naval Surface Weapons Centre - 9Z2) foram aplicadas as seguintes correções:

$$TZ = 4{,}5m \tag{43a}$$

$$\alpha_3 = -0{,}814 \tag{43b}$$

$$K = -0{,}6\ PPM \tag{43c}$$

as quais, em princípio, referem aquele sistema ao WGS-84. Os pontos GPS, mais recentes do que o Doppler, já estão referidos a este último. Entendeu-se estarem todas as coordenadas dos pontos DOP/GPS, após aquelas correções, homogeneamente referidas ao WGS-84. Para torná-las geocêntricas e compatíveis com o ITRF90 (versão 1990 do ITRF), uma materialização do CTS, aplicaram-se ainda as correções seguintes: [McARTHY, 1992]

$$TX = -0{,}060m \tag{44a}$$

$$TY = 0,517m \quad (44b)$$

$$TZ = 0,223m \quad (44c)$$

$$\alpha_1 = +0,0183" \quad (44d)$$

$$\alpha_2 = -0,0003" \quad (44e)$$

$$\alpha_3 = -0,0070" \quad (44f)$$

$$K = 0,011 \text{ PPM} \quad (44g)$$

Em cada caso foram obtidas as diferenças entre a chamada altura geoidal por satélite N_S e a altura esferoidal N_E dada pelo modelo:

$$\Delta N = N_S - N_E \quad (45)$$

A partir de ΔN foi obtida a diferença (desvio) padrão ($\sigma_{\Delta N}$):

$$\sigma_{\Delta N} = \sqrt{\frac{\Sigma(\Delta N)^2}{(n-1)}} \quad (46)$$

sendo n o número de valores disponíveis. A média das diferenças proporciona a chamada altura geoidal de ordem zero N_o. Ela representa a diferença de semi-eixo maior entre o elipsóide de referência usado no cálculo da altura geoidal por satélite e o elipsóide que melhor se adapta ao modelo do geopotencial [BLITZKOW & SÁ, 1983]. Os resultados desta comparação encontram-se resumidos na tabela 1.

[illegible]	$\sigma_{\Delta N}$ (m)	N_o (m)	Refer.
36	2,15	-0,52	WGS-84
36	2,20	-1,21	ITRF-90

Tabela 1 - Comparação dos pontos DOP/GPS e o modelo JGM2.

Para cada um dos casos, a diferença padrão apresentada na segunda coluna corresponde à aplicação da (46), corrigindo previamente o valor de N_E do termo de ordem zero apresentado na terceira coluna. Observa-se que $\sigma_{\Delta N}$ fica ligeiramente superior a 2 m nos dois casos. Saliente-se que quando os pontos DOP/GPS são referidos ao ITRF90, o valor de $\sigma_{\Delta N}$ é um pouco superior aos casos em que a referência é o WGS-84. Seria de se esperar o contrário, pois, o ITRF90 deve se aproximar mais do CTS e ter u'a maior compatibilidade de escala. Isto resultaria em coordenadas a ele referidas

mais compatíveis com a realidade física e, em consequência, as alturas geométricas deveriam ser mais realistas. As figuras 6 e 7 mostram a distribuição das diferenças entre os pontos DOP/GPS e os valores dados pelo modelo. Porém, uma característica mais importante está no termo de ordem zero.

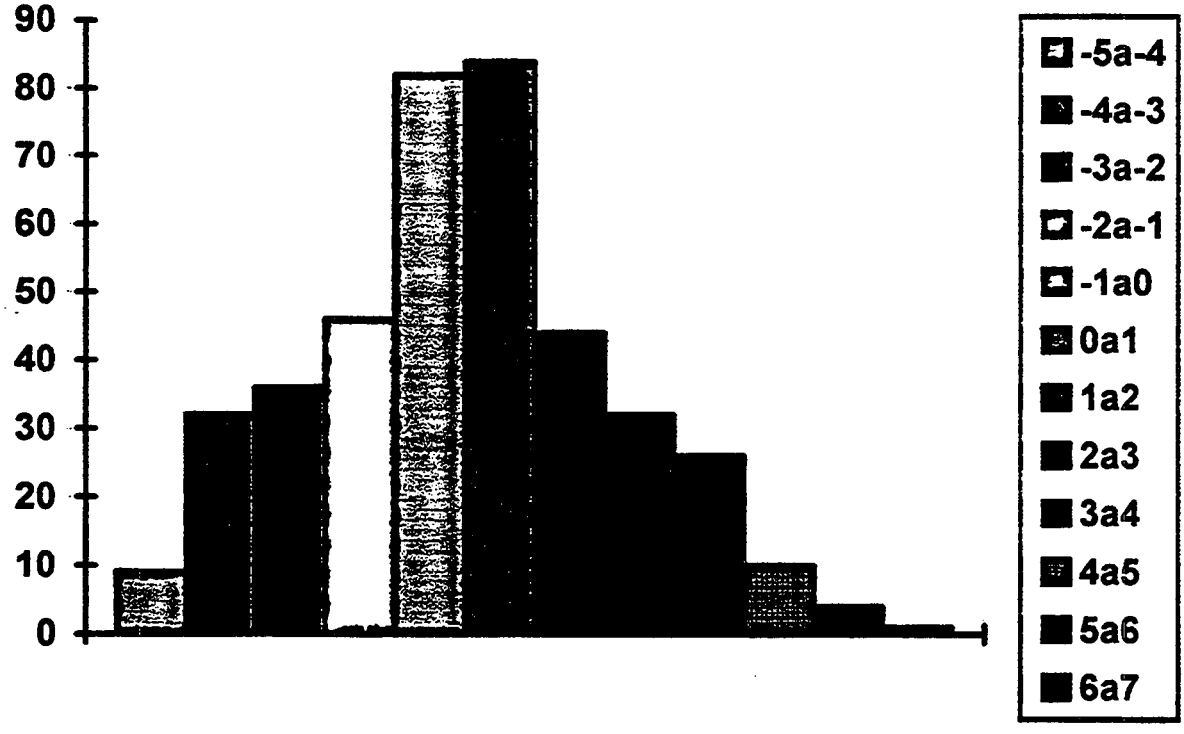

Fig. 6 - Distribuição das diferenças para o JGM2 (ℓ=36) (WGS-84).

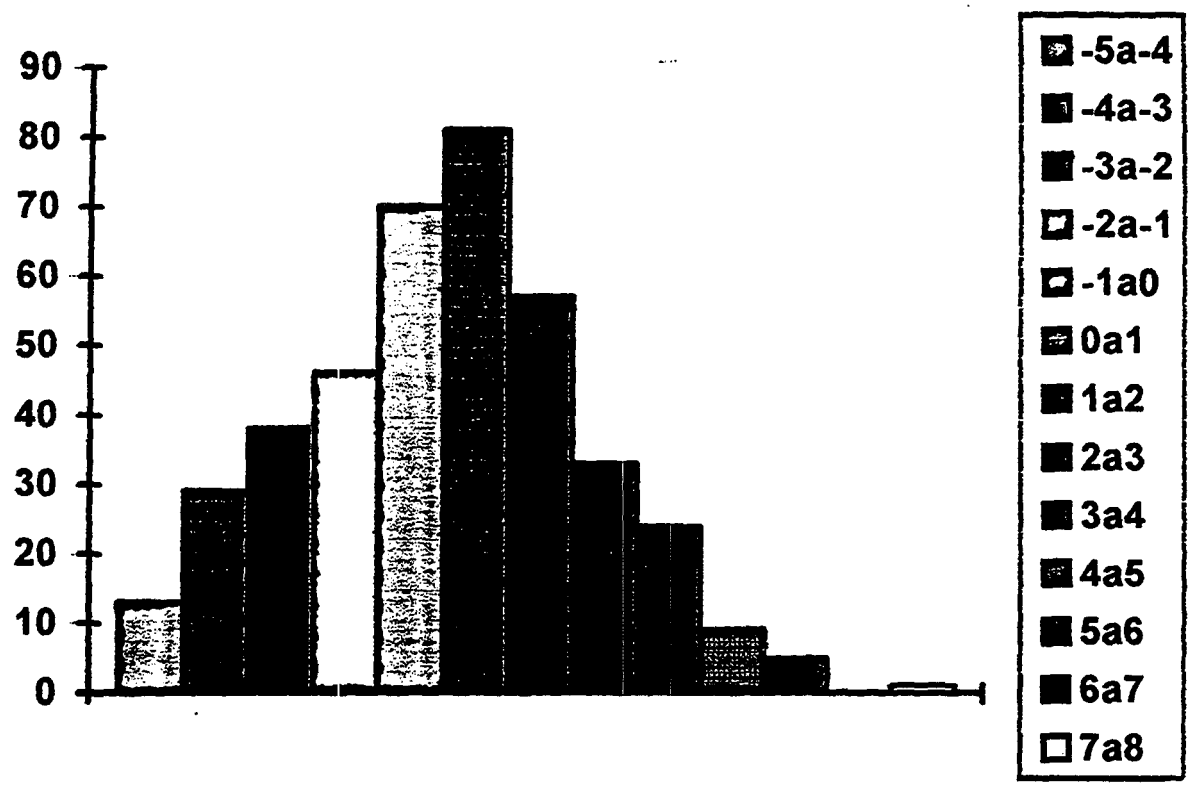

Fig. 7 - Distribuição das diferenças para o JGM2 (ℓ=36) (ITRF-90)

No segundo experimento aplicou-se a integral modificada de Stokes utilizando as anomalias médias de 30'. Preliminarmente removeu-se da anomalia média o valor de referência obtido pelo modelo JGM2 truncado em $\ell = 36$. O motivo desta opção é que até 36 o modelo deriva exclusivamente de observações sobre os satélites artificiais, não incluindo valores de anomalias da gravidade obtidas na superfície da Terra. Este fato evita correlações nas duas componentes em (33). A integral foi estendida até uma distância esférica de 5° (180/36) ao redor do ponto de cálculo. De agora em diante será feita referência a este procedimento como GRAV30. A tabela 2 apresenta o resumo dos resultados e as figuras 8 e 9 os histogramas das diferenças.

Modelo	$\sigma_{\Delta N}$ (m)	N_o (m)	Refer
Grav30	2,15	-0,75	WGS-84
Grav30	2,20	-1,45	ITRF90

Tabela 2 - Comparação dos pontos DOP/GPS.

A figura 9 apresenta u'a maior tendência para a distribuição normal. Em termos da diferença padrão os valores continuam levemente superiores a 2 m, sendo o GRAV30 referido ao ITRF90 o que apresenta o maior valor. Confirma-se também a tendência da diferença padrão ser levemente superior ao referir-se as coordenadas ao ITRF90.

Uma análise do termo de ordem zero (Tabelas 1 e 2, terceira coluna) indica uma característica importante a salientar. Sempre que a referência é o WGS-84, o valor fica na ordem de grandeza de -0,7 m. Sabe-se que o valor do semi-eixo maior do elipsóide relativo ao WGS-84 é de 6 378 137 m. Indica-se para o modelo JGM2 particularmente, um semi-eixo de 6 378 136,3 m. Portanto, estes resultados confirmam uma coerência com o valor do semi-eixo maior do elipsóide atribuído ao JGM2:

$$a_{JGM2} = a_{WGS\text{-}84} - 0{,}7\ m = 6\ 378\ 136{,}3\ m$$

Entretanto, ao referir as coordenadas DOP/GPS ao ITRF90 o termo de ordem zero mostra uma

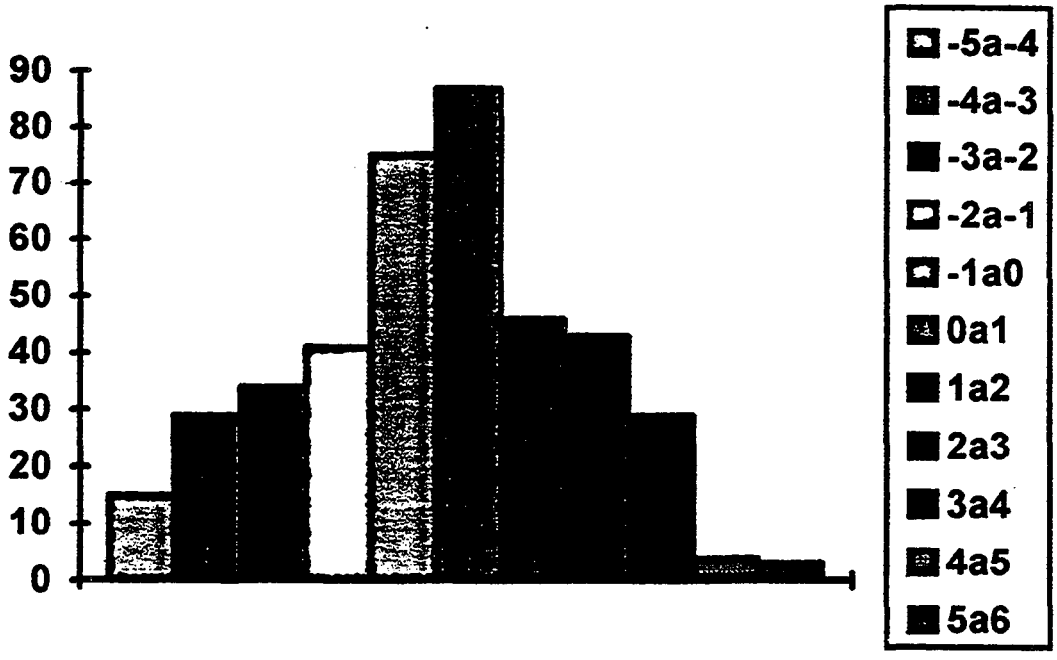

Fig. 8 - Distribuição das diferenças para o GRAV30 (WGS-84).

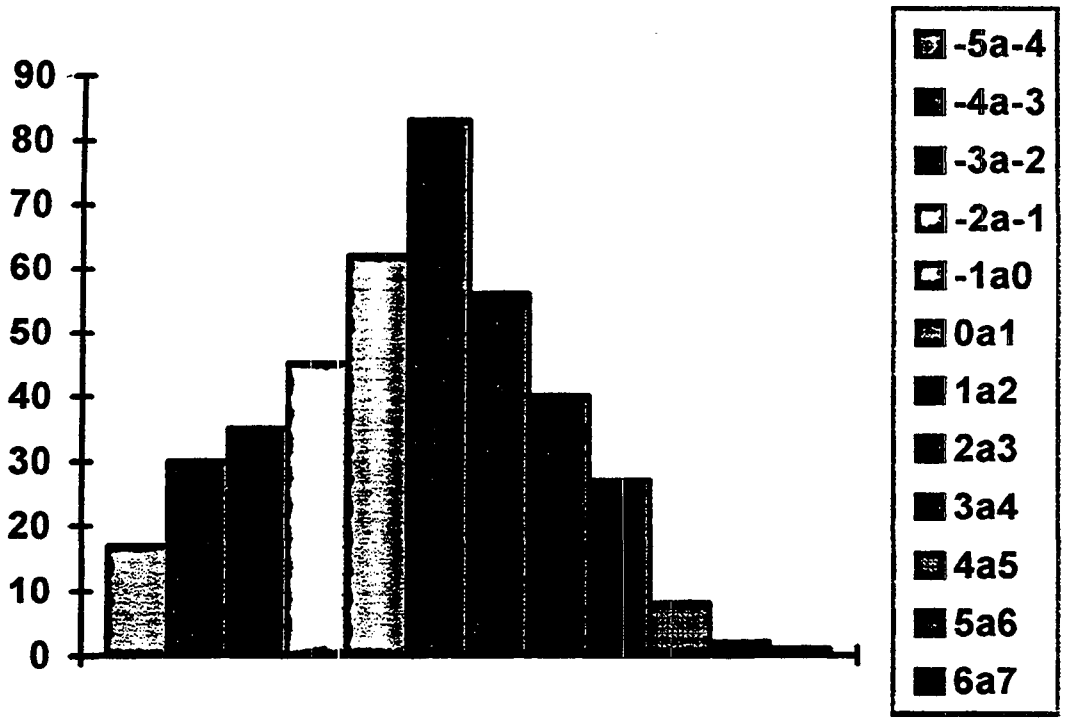

Fig. 9 - Distribuição das diferenças para o GRAV30 (ITRF90).

tendência para o valor aproximado de -1,4 m. A diferença entre este valor e o anterior corresponde exatamente à correção de escala (44g) aplicada ao semi-eixo maior do elipsóide WGS-84. As técnicas atuais para estimar os parâmetros (44) são muito precisas: VLBI (Very Long Baseline Interferometry), SLR (Satellite Laser Ranging), LLR (Lunar Laser Ranging). Os parâmetros de transformação do WGS-84 para ITRF90, obtidos em diversas campanhas internacionais consecutivas, convegem, o que parece inspirar confiança nos mesmos. Isto leva a concluir que, pelos resultados aqui obtidos, o elipsóide melhor adaptado ao geóide tende a um semi-eixo maior da ordem de 6 378 135,6 m (6 378 137 - 1,4).

As comparações realizadas visam a uma simples verificação da coerência das grandezas envolvidas. O termo utilizado foi "diferença" e não "desvio" ou "erro" para indicar que deve-se ter ciência das restrições que afetam todas as grandezas utilizadas. Evidentemente observa-se alguma convergência dos resultados. Mas há incertezas que não permitem tirar uma conclusão definitiva, porém, indicar tendências. Os pontos DOP/GPS representam uma ferramenta importante neste contexto, pois, fornecem um valor geométrico da altura geoidal, independente do campo gravitacional. Entretanto, sabe-se que as observações GPS são hoje mais precisas do que aquelas do antigo sistema TRANSIT. Considerando que não se dispõe de muitos pontos GPS e em muitas

regiões as coordenadas do TRANSIT são as únicas disponíveis, não podem ser abandonadas. Saliente-se que, em relação a esta informação, foram utilizadas neste trabalho somente coordenadas obtidas mediante o uso de efemérides precisas dos satélites. Isto significa u'a maior confiabilidade do que as efemérides transmitidas. Ainda assim a margem de erro é bem maior do que no atual GPS. Espera-se que seja no máximo de 1,5 m. Além disso, há a incerteza do nivelamento geométrico. Foram usados, entre outros, pontos Doppler na região amazônica, ao longo da Belém - Brasília, Cuiabá - Santarém, Manaus - Boa Vista e transamazônica, que constituem linhas de nivelamento muito extensas sem fechamento. É difícil estimar o erro da altitude nestes casos.

Em seguida aplicou-se a integral modificada de Stokes calculando-se a altura geoidal. A mesma foi feita em u'a malha homogênea com espaçamento de 30', num retângulo englobando o Brasil, limitado pelas coordenadas 35° S e 16° N, em latitude, e 288° E e 326° E, em longitude. Foram escolhidos os pontos centrais das quadrículas de 30' como pontos de cálculo. A componente de longo comprimento de onda foi reentroduzida usando novamente o modelo JGM2 com $\ell = 36$ e acrescido um termo de ordem zero de -0,7 m. Com esta correção o resultado está referido ao elipsóide do sistema WGS-84. A fig. 10 ilustra o modelo obtido.

O sistema GPS permite obter com muita facilidade a posição de pontos da superfície da Terra com precisões centimétricas, no método diferencial ou relativo. Há uma expectativa de utilização do sistema na obtenção da altitude ortométrica igualmente, evitando assim a difícil e onerosa operação do nivelamento geométrico. As determinações da altitude ortométrica podem ser feitas também no método relativo. Em função desta alternativa foi procedida a uma verificação estimada do erro (diferença) relativa dos resultados apresentados. Novamente o procedimento foi realizado selecionando um conjunto de 19 pares dos pontos DOP/GPS. Em cada par de pontos foi calculada a diferença entre a altura geoidal DOP/GPS e a diferença de altura geoidal GRAV30, obtendo-se a diferença das diferenças (erro relativo). É evidente que se trata de uma estimativa do erro relativo tendo em vista as restrições já mencionadas nas grandezas usadas. O resultado foi um valor de 1,7 cm/km.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BLITZKOW D. (1986). **A combinação de diferentes tipos de dados na determinação das alturas geodais**. Tese de doutoramento. Instituto Astronômico e Geofísico. Universidade de São Paulo. São Paulo.

BLITZKOW D. e SÁ N. C. (1983). As alturas geoidais Doppler e a separação elipsóide-esferóide de referência. **Revista Brasileira de Geofísica**, 2(1): 19-24.

BLITZKOW D, Cintra J. P., and FORTES L. P. S. (1991). A contribution to the geoid determination. In: **Recent Geodetic and Gravimetric research in Latin America**. Edited by W. Torge. Springer-Verlag. Berlin.

ESCOBAR I. (1986). **Rede Gravimétrica Fundamental Brasileira 1976 - 1986**. Departamento

GREEN C. M. AND FAIRHEAD J. D. (1991). The South American Gravity project. In: **Recent Geodetic and Gravimetric Research in Latin America**. Edited by W. Torge. Springer-Verlag. Berlin

McCARTHY D. D. (1992). **IERS Technical note 13**. Observatoire de Paris. Central Bureau of IERS. Paris.

TRABANCO L. A. and BLITZKOW D. (1995). Secondary gravity network in Brazil. XXIa. General Assembly of the IUGG. Boulder, USA.

VANICEK P. KRAKIWSKY E. (1986). **Geodesy: The concepts**. North-Holland Publ. Co. (2nd edition). Amsterdam.

VANICEK P., KLEUSBERG A., CHANG R. G., FASHIR H ., CHRISTOU N., HOFMAN M., KLING T., ARSENAUL T. (1987). **The Canadian geoid**. Technical Report n° 129. Dept. of Surveying Engineering-UNB. Fredericton.

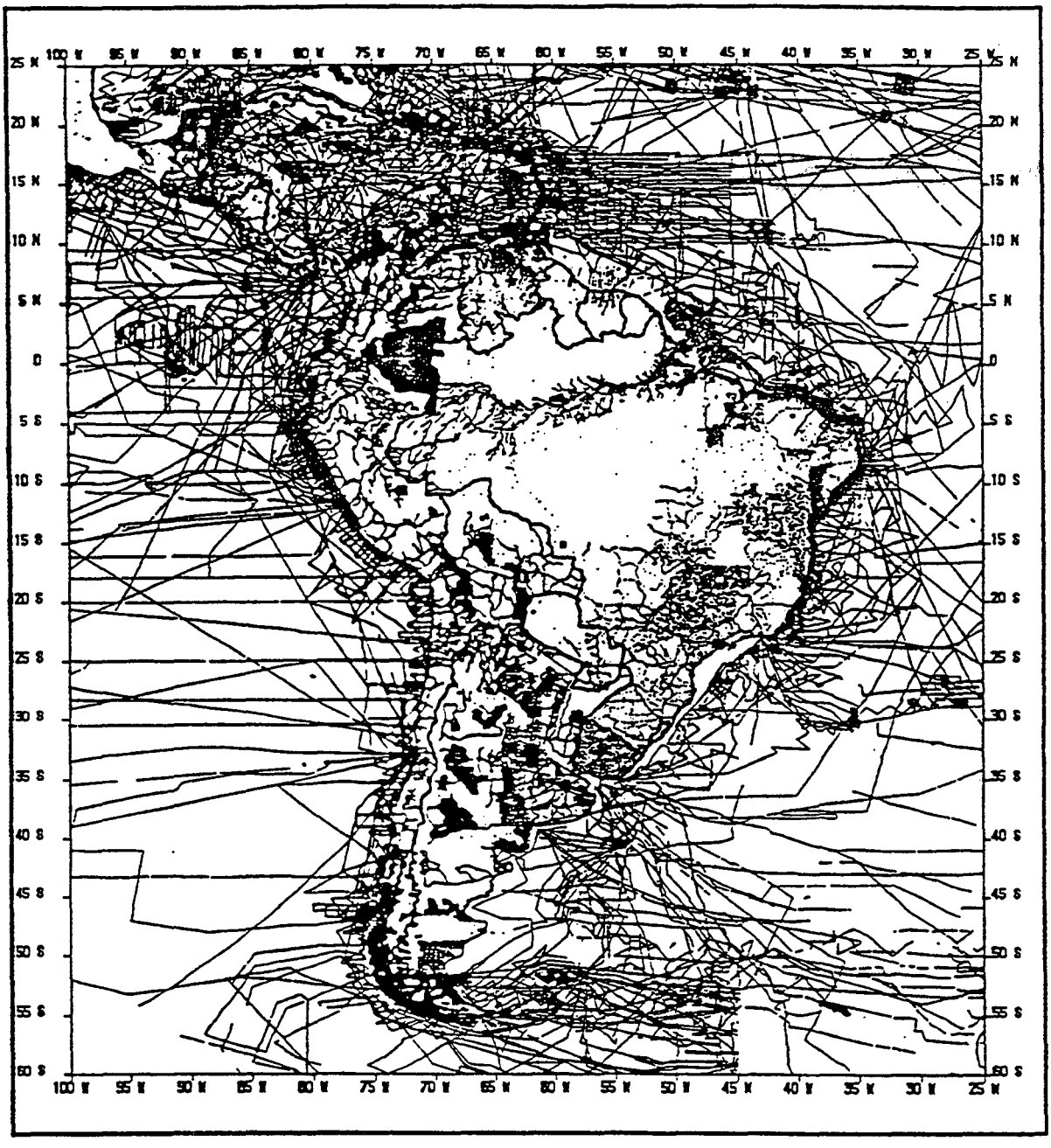

Fig. 3 - Distribuição dos dados gravimétricos do SAGP.

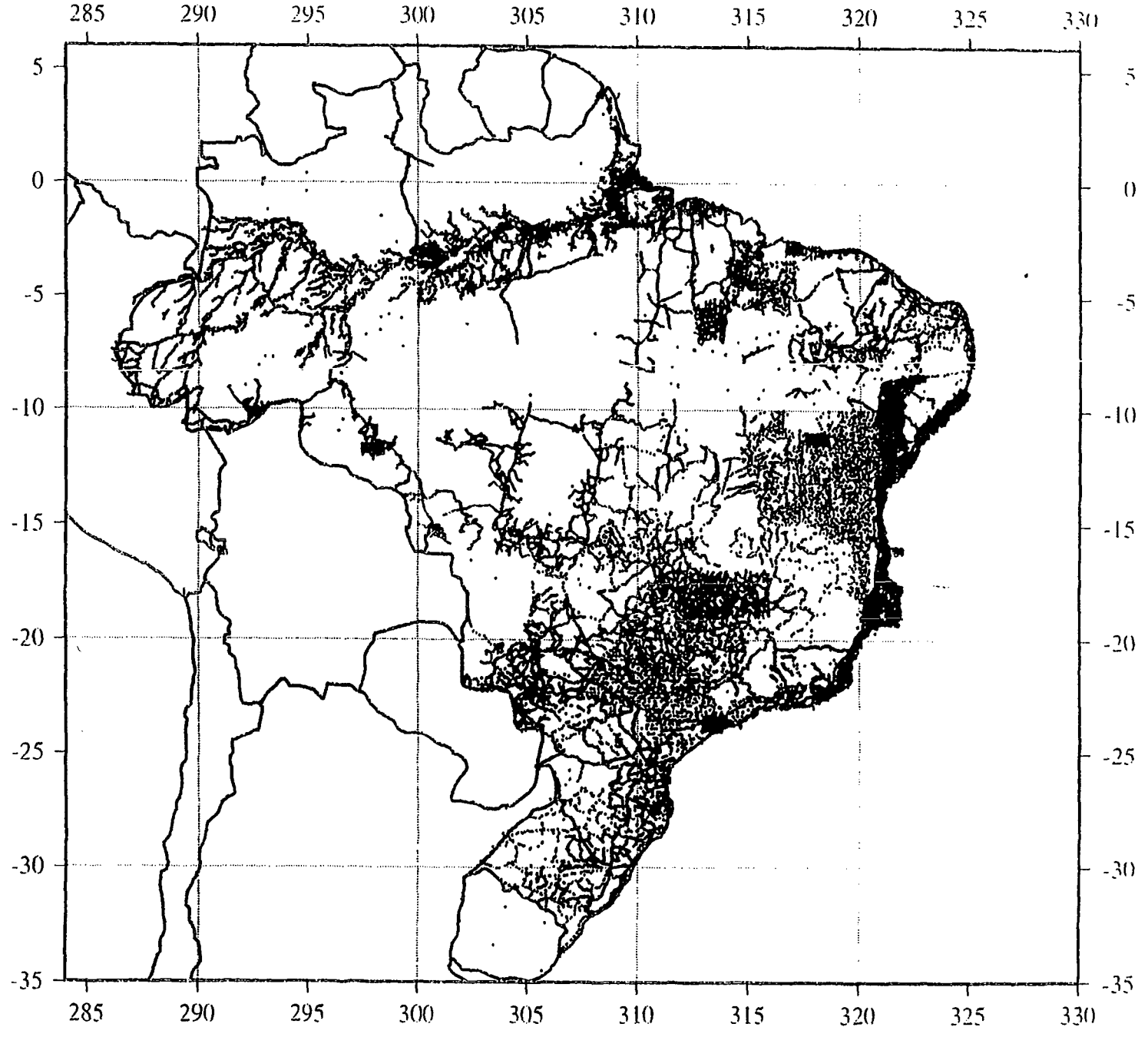

Fig. 4 - Atual distribuição dos dados gravimétricos no Brasil.

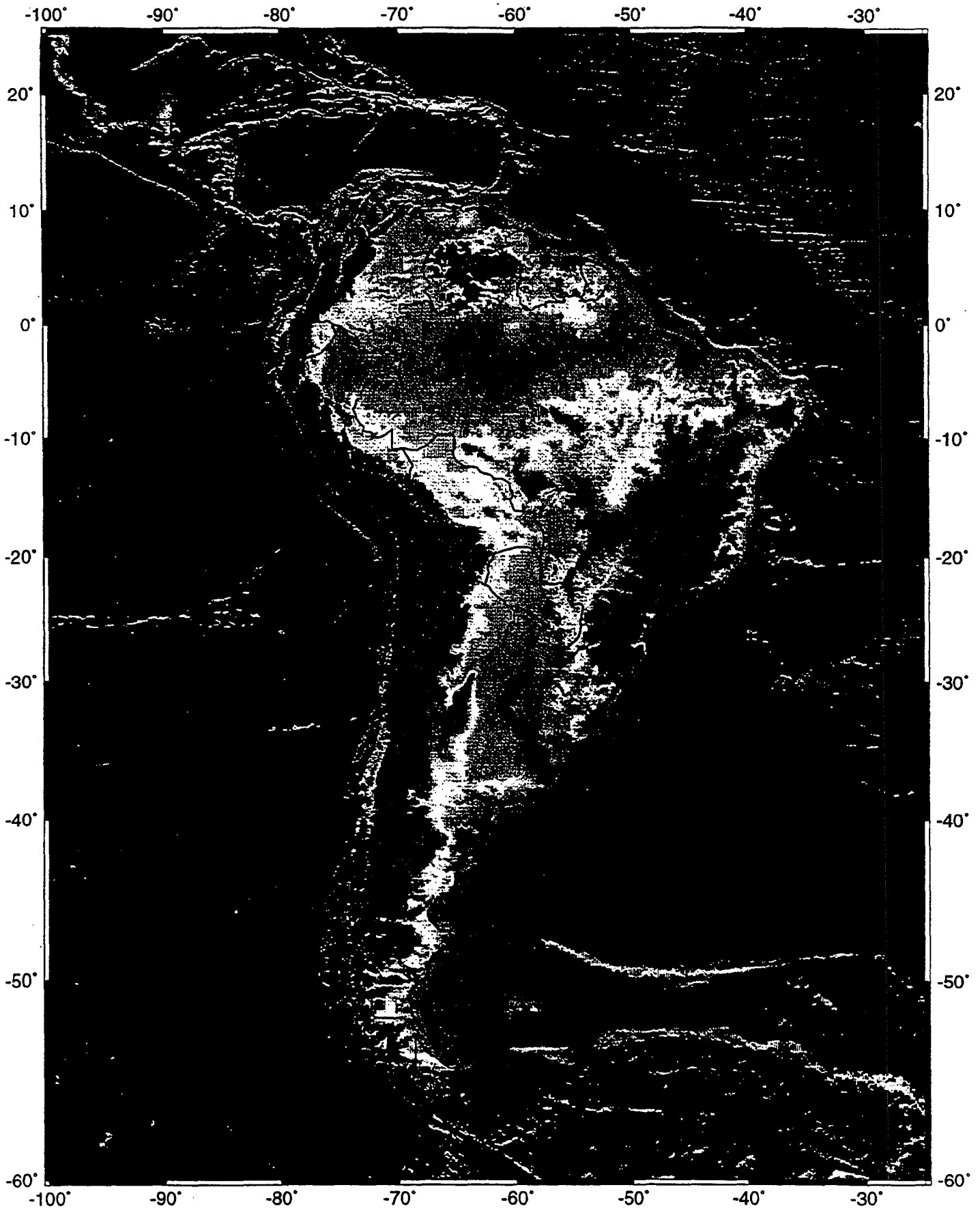

Fig. 5 - Modelo digital do terreno usado no SAGP.

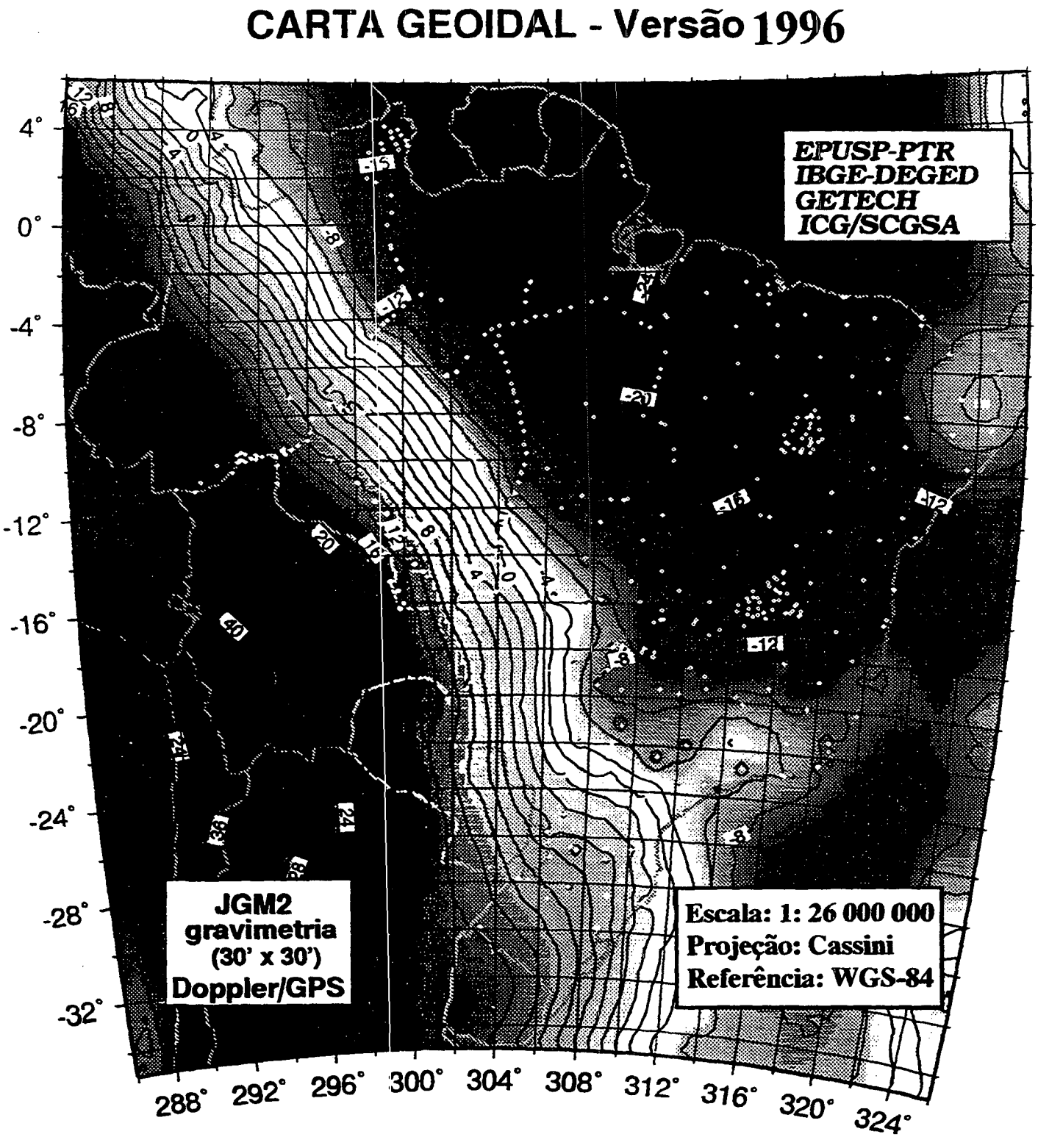

Fig. 10 - Carta geoidal da Brasil.